

# Les yeux dans les étoiles, avec Géoplan

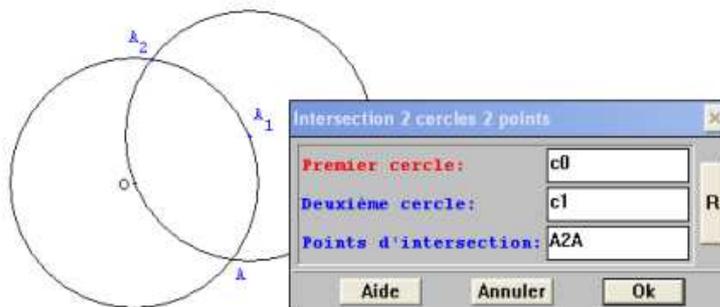


L'idée est de répartir régulièrement des points sur un cercle, sans rapporteur, pour tracer des étoiles. Ces constructions peuvent aussi être faites à la main sur papier à dessin.

## 1. Construction de base pour les étoiles à 6 ou 12 pointes

### Étape 1

Placer deux points libres dans le plan, O et  $A_1$ . Construire le cercle  $c_0$  de centre O et passant par  $A_1$ . Construire ensuite le cercle  $c_1$  de centre  $A_1$  et passant par O. Appeler  $A_2$  le premier point d'intersection de ces deux cercles. Mettre ces points en couleur et utiliser la grosse marque  pour bien les voir. Sauvegarder ce dessin sous le nom « et6.g2w ».



### Étape 2

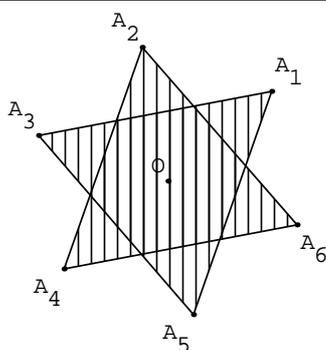
Choisir « Créer-Commande-Création itérative ». Compléter la boîte de dialogue comme ci-contre et valider en cliquant sur . Enregistrer la figure **avant** de faire agir la commande (ainsi, en cas d'erreur, il sera possible de la recharger). Cacher (option « non dessiné ») le cercle  $c_1$ . Presser la touche  jusqu'à ce que  $A_6$  soit construit.  $A_6$  est confondu avec A car les triangles comme  $OA_1A_2$  sont équilatéraux et leurs angles mesurent  $60^\circ$ . Explication de la commande : le cercle  $c_1$  (caché) et le point  $A_2$  sont reproduits, mais en remplaçant  $A_1$  par  $A_2$  et ainsi de suite. Cliquer sur le bouton  pour voir ce que Géoplan a construit. Cacher le cercle  $c_0$  et A (mais pas  $A_6$ ), puis supprimer la commande Cm0 (dans « Divers-Supprimer »). Enregistrer la figure obtenue.



## 2. Étoile à six pointes

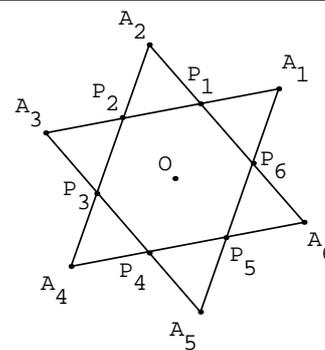
### Étape 1

Construire deux triangles  $A_1A_3A_5$  et  $A_2A_4A_6$  (Créer-Ligne-Polygone-Polygone défini par ses sommets). Les appeler  $t_1$  et  $t_2$ . Coloriage possible avec les motifs.



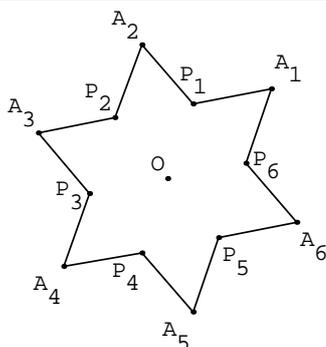
### Étape 2

Enregistrer la figure. Créer les points d'intersection des différents côtés comme ci-contre. Supprimer les deux triangles.



### Étape 3

Créer le polygone  $e_1$  ci-contre. Puis sauvegarder la figure.



### Étape 4

Dans le menu « Divers », choisir « Créer un prototype et emplir la boîte de dialogue comme ci-contre.

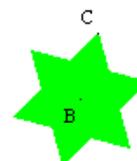
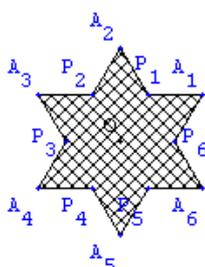
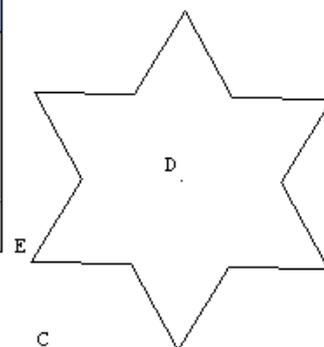
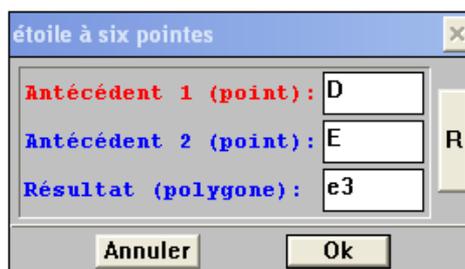




## Étape 5

Créer des points libres B, C, D et E. Dans ce menu « Créer », choisir « Objet selon prototype- étoile à six pointes », et emplir la boîte de dialogue comme ci-contre.

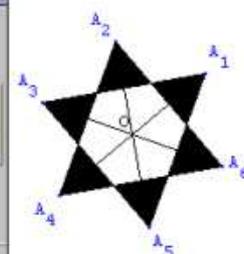
Géoplan sait maintenant dessiner des étoiles à six pointes. Enregistrer la figure toujours sans changer son nom. Supprimer  $e_1$ . Le prototype ne sera pas détruit pour autant.



## Étape 6

On peut directement dessiner l'étoile à partir des 6 sommets et du centre O en créant le polygone  $OA_1A_3OA_4A_6OA_2A_4OA_5A_1OA_3A_5OA_6A_2$ , appelé  $e_2$ . Créer un deuxième prototype comme indiqué ci-contre. Enregistrer la figure sans changer son nom.

Remarque : il est possible de définir le polygone autrement (en traçant deux triangles équilatéraux reliés par O).



## 3. Étoiles à 12 points

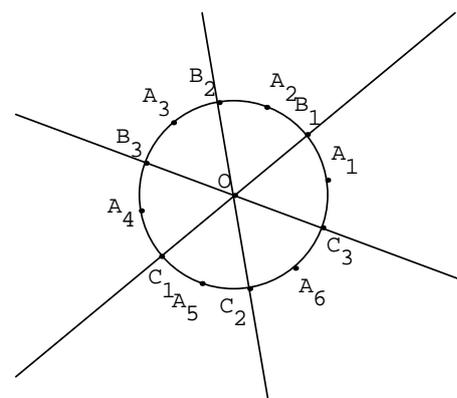
### Étape 1

Partir de la figure finale du paragraphe 2, étape 6. Enregistrer la figure sous le nom « et12.g2w ». Supprimer toutes les constructions après  $A_6$ . Rendre visible  $c_0$ . Réaliser la figure ci-contre, en sachant que la droite  $d_1$  qui passe par O est perpendiculaire à la droite  $(A_1A_2)$ . Si  $B_1$  n'est pas sur le petit arc  $\widehat{A_1A_2}$ , il est possible recommencer sa construction en changeant l'ordre des deux points d'intersection, mais ce n'est pas indispensable pour la suite.

Il est possible de démontrer que  $d_1$  est la bissectrice de  $\widehat{A_1OA_2}$ .

Les deux autres droites sont respectivement perpendiculaires à  $(A_2A_3)$  et à  $(A_3A_4)$ .

Cacher les trois droites ainsi que  $c_0$ .



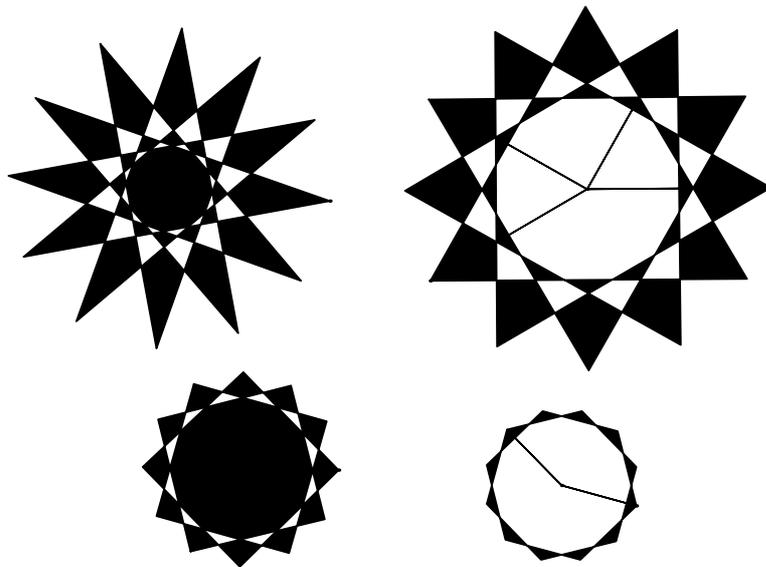


Étape 2

S'inspirer des étapes 4 et 6 du paragraphe 2 (étoiles à six points) pour créer des prototypes qui dessinent les étoiles ci-contre (la première étoile est dessinée en joignant convenablement les douze sommets, les autres font intervenir O).

On peut aussi, sans prototype, à partir des 12 sommets dessiner des polygones plus simples (s'inspirer de l'étape 1 du paragraphe 2 pour les trois dernières étoiles, ce qui permet d'autres coloriages).

On peut aussi faire des prototypes en utilisant des points d'intersection comme à l'étape 2 du paragraphe 2. Enregistrer la figure.



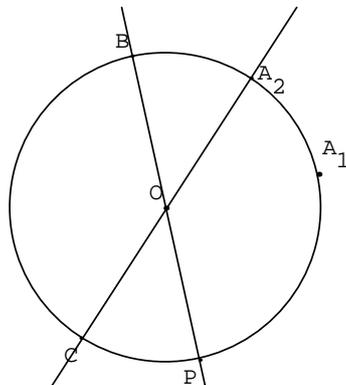
**4. Étoile à 8 points**

Étape 1

Partir de la figure précédente et l'enregistrer sous le nom « et8.g2w ». Supprimer toutes les constructions sauf les points O, A<sub>1</sub> et le cercle c<sub>0</sub>. Les prototypes créés sont conservés.

Rendre visible c<sub>0</sub>.

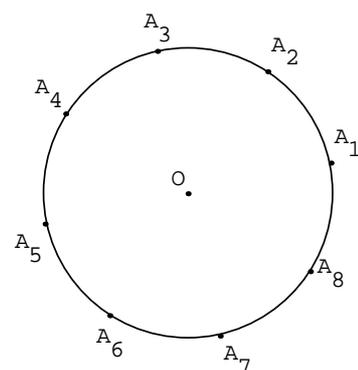
La droite d<sub>1</sub> passe par O et est perpendiculaire à (OA<sub>1</sub>). Elle coupe c<sub>0</sub> en B et P. La droite d<sub>2</sub> passe par O et est perpendiculaire à (A<sub>1</sub>B). Elle coupe c<sub>0</sub> en A<sub>2</sub> et C.



Étape 2

Enregistrer la figure.

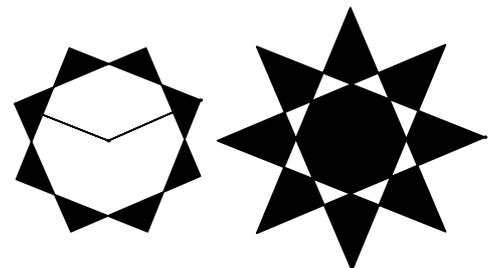
Compléter la figure précédente avec 2 autres droites (puisque 5 points sont déjà placés) pour obtenir la figure ci-dessous. Renommer éventuellement les points, mais ce n'est pas indispensable.



Étape 3

Enregistrer la figure.

Créer des prototypes qui permettent d'obtenir les étoiles suivantes : le polygone de la première utilise O et les 8 sommets, et celui de la deuxième utilise seulement les 8 sommets. Enregistrer la figure.



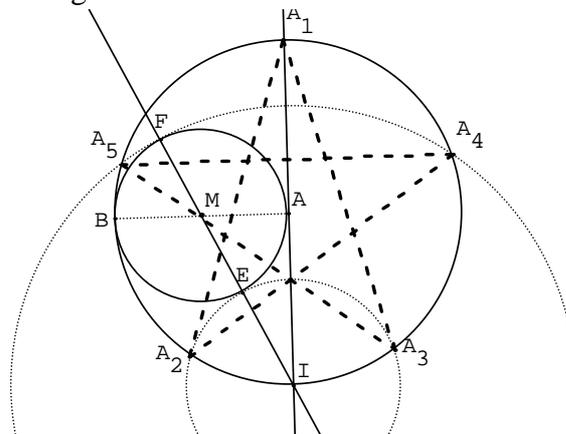


## 5. Étoiles à 5 pointes et à 10 pointes

### Étape 1

Partir de la figure précédente, l'enregistrer sous le nom « et5.g2w ». Supprimer toutes les constructions sans exception. Cela permet de conserver les prototypes. Construire la figure suivante :

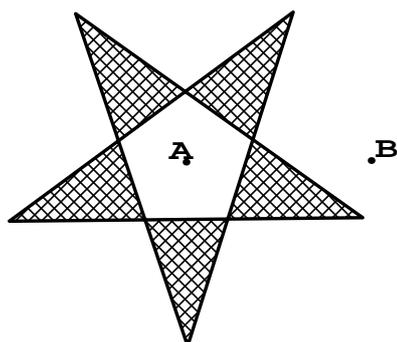
- A et B sont deux points libres.
- M est le milieu de [AB].
- $c_1$  est le cercle de centre M, passant par A.
- $c_2$  est le cercle de centre A, passant par B.
- La perpendiculaire  $d_1$  à (AB) passant par A coupe  $c_2$  en deux points I et  $A_1$ .
- La droite (IM) coupe  $c_1$  en deux points E et F.
- Le cercle de centre I, passant par E coupe  $c_2$  en  $A_2$  et  $A_3$ .
- Le cercle de centre I, passant par F coupe  $c_2$  en  $A_4$  et  $A_5$ .



Il reste à joindre dans le bon ordre les points  $A_1, A_2, A_3, A_4,$  et  $A_5$  pour former une étoile à 5 pointes. Enregistrer la figure.

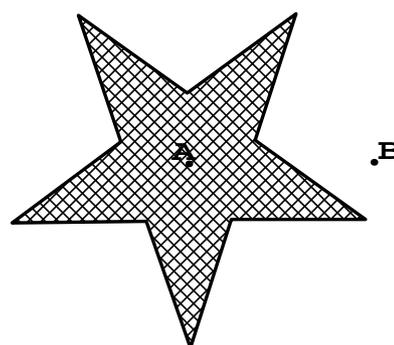
### Étape 2

Créer un prototype qui dessine l'étoile précédente.  
Quand on remplit cette étoile, on obtient :



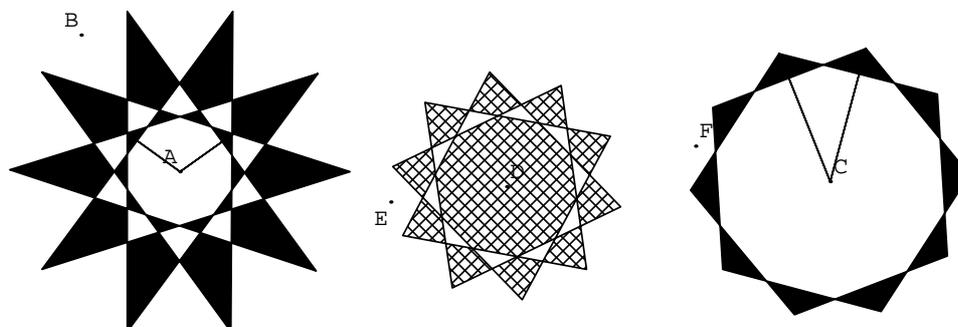
### Étape 3

Créer les points d'intersection des côtés (voir étapes 2 et 3 du paragraphe 2) et créer un autre prototype qui dessine l'étoile suivante quand on la remplit :



### Étape 3

Enregistrer la figure sous le nom « et10.g2w ». Supprimer les étoiles dessinées avec les prototypes. Cacher les traits de construction du dessin de l'étape 1 de ce paragraphe, sauf le cercle  $c_2$ . Construire, sur  $c_2$ , les points diamétralement opposés au sommet de l'étoile. Créer ensuite les prototypes qui permettent de réaliser les trois sortes d'étoiles ci-dessous.





## 6. D'étranges étoiles avec des créations itératives

### Étape 1

Charger « et12.g2w », puis l'enregistrer sous le nom « iter1.g2w ».

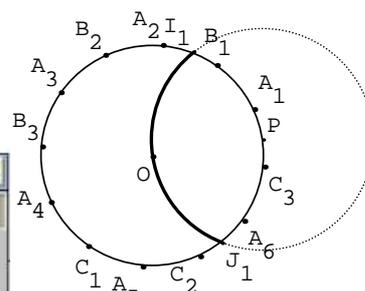
Rendre visible  $c_0$ .

Placer un point libre P sur  $c_0$ .

Le cercle  $c_{10}$  de centre P et de rayon  $A_1A_2$  coupe  $c_0$  en  $I_1$  et  $J_1$ .

Tracer en trait épais le petit arc de cercle de centre P, d'extrémités  $I_1$  et  $J_1$ . Remarque : les arcs se tracent dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, à partir de l'extrémité considérée comme l'origine.

Définir la commande de création itérative  $Cm_0$  de la façon suivante, **mais ne pas la faire agir tout de suite**.



### Étape 2

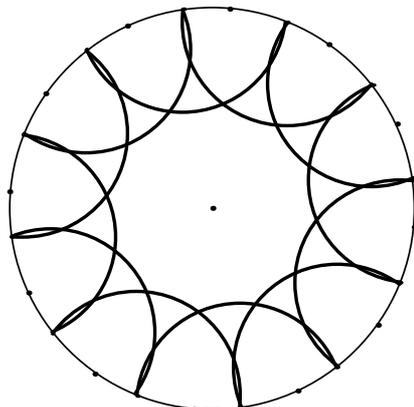
Enregistrer la figure sous le nom « iter2.g2w ». Cacher  $c_{10}$  et faire agir la commande. Enregistrer la figure.

### Étape 3

Charger « iter1.g2w » et l'enregistrer sous le nom « iter3.g2w ».

Modifier  $c_{10}$  en prenant comme rayon  $A_1B_1$ . Cacher  $c_{10}$  et faire agir la commande.

Enregistrer la figure.



### Étape 4

Charger « iter1.g2w » et l'enregistrer sous le nom « iter4.g2w ».

Modifier  $c_{10}$  en prenant comme rayon  $A_1B_2$ . Cacher  $c_{10}$  et faire agir la commande. Enregistrer la figure.

### Étape 5

Charger « iter1.g2w » et l'enregistrer sous le nom « iter5.g2w ».

Modifier  $c_{10}$  en prenant comme rayon  $A_1A_3$ . Cacher  $c_{10}$  et faire agir la commande. Enregistrer la figure.

### Étape 6

Charger « iter1.g2w » et l'enregistrer sous le nom « iter6.g2w ».

Modifier  $c_{10}$  en prenant comme rayon  $A_1B_3$ . Cacher  $c_{10}$  et faire agir la commande jusqu'à ce que la figure se ferme. Enregistrer la figure.

### Étape 6

On peut enrichir les dessins précédents : charger « iter1.g2w » et le compléter avec le cercle  $m_1$  de centre P et de rayon  $A_1B_1$ . Il coupe  $c_0$  en  $M_1$  et  $N_1$ . Ajouter aussi un point entre  $A_1$  et  $B_1$  (voir étape 1 paragraphe 2). Modifier la commande  $Cm_0$  comme ci -contre :

Avant de faire agir la commande, enregistrer la figure sous le nom « iter1b.g2w ». Procéder comme à partir de l'étape 2 de ce paragraphe. Il est possible de modifier deux paramètres : le rayon de  $c_{10}$ , comme avant, mais aussi celui de  $m_1$ .



Dessins que l'on peut obtenir avec l'étape 6, essayer de les faire :

